12. Analytická geometrie v rovině

1. Zapište parametrické rovnice, obecnou rovnic, rovnici ve směrnicovém tvaru a ve tvaru úsekovém, jestliže znáte:

$$\begin{array}{ll} a)\ A[4;2] & s=(2;-1) \\ b)\ A[2;0] & n=(-3;2) \\ c)\ A[-3;-1] & B[0;0] \\ d)\ X[3;0] & Y[0;-2] \end{array}$$

. Dané body náleží přímce, *s* značí směrový vektor, *n* značí normálový vektor.

$$\left[\begin{array}{l} a) x=4+2t,\ y=2-t, t\in R;\ x+2y-8=0;\ y=-\tfrac{1}{2}x+4;\ \tfrac{x}{8}+\tfrac{y}{4}=1 \\ b) x=2+2t,\ y=3t, t\in R; 3x-2y-6=0;\ y=\tfrac{3}{2}x-3;\ \tfrac{x}{2}-\tfrac{y}{3}=1 \\ c) x=3t,\ y=t, t\in R;\ x-3y=0;\ y=\tfrac{1}{3}x;\ neex. \\ d) x=3+3t,\ y=2t, t\in R; 2x-3y-6=0;\ y=\tfrac{2}{3}x-2;\ \tfrac{x}{3}-\tfrac{y}{2}=1 \end{array}\right]$$

2. Napište obecnou rovnici přímky *p*, která prochází bodem $A[-4;3]$ a je rovnoběžná s přímkou $q: 5x-2y+6=0$.

$[5x-2y+26=0]$

3. Napište parametrické rovnice a obecnou rovnici přímky *p*, která prochází bodem $A[3;-1]$ a je kolmá k přímce $q: x-2y+4=0$.

$[x=3+t,\ y=-1-2t, t\in R; 2x+y-5=0]$

4. Je dán trojúhelník *ABC*, $A[1;4], B[3;-2], C[-4;-6]$. Určete v parametrickém tvaru rovnici přímky, na které leží: *a*) těžnice t_c *b*) střední příčka rovnoběžná s *AB* *c*) kolmice na *AB* bodem *A*

$[a) x=2+6t,\ y=1+7t, t\in R \quad b) x=-\tfrac{1}{2}+t,\ y=-4-3t, t\in R \quad c) x=1+3t,\ y=4+t, t\in R]$

5. Určete obecnou rovnici přímky *p* tak, aby procházela bodem $M[1;4]$ a spolu s osami *x*, *y* určovala trojúhelník o obsahu 1.

$[p_1: 8x-y-4=0,\ p_2: 2x-y+2=0]$

6. Průsečíkem přímek $p: 3x+y-2=0, q: x-y-6=0$ veďte rovnoběžku s přímkou $r: 2x-y+4=0$. Určete její obecnou rovnici.

$[2x-y-8=0]$

7. Určete hodnotu parametru $m\in R$ tak, aby přímka $mx+y+m-11=0$ procházela průsečíkem přímek $p: 2x+y+6=0, q: x-2y+8=0$.

$[m=-3]$

8. Určete parametrické rovnice přímky, která prochází průsečíkem přímek *p* a *q*, kde $p: 3x-7y+9=0, q: 5x+3y-29=0$, kolmo k ose I. a III. kvadrantu.

$[x=4-t,\ y=3+t, t\in R]$

Tento produkt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.
Tvorba digitálních učebních materiálů a jejich databáze - udržitelnost; www.goaml.cz, Mgr. Dušan Drexler

9. Určete hodnotu parametru $m \in R$ tak, aby se přímky *p*, *q* protínaly na ose *y*.
$p:(m-1)x-(m+2)\ddot{y}+m=0\, q:(m+2)x+(m-3)y+3m-1=0$.

$\left[m \in \left\{-1; \frac{1}{2}\right\}\right]$

10. Je dán trojúhelník *ABC*, $A[-1;4], B[2;-2], C[5;-1]$. Vypočítejte
a) vnitřní úhel β trojúhelníku *ABC*

$[98°08']$

b) odchylku přímek *AB*, *BC*

$[81°52']$

c) odchylku osy úsečky *AB* a osy *x*

$[26°34']$

d) velikost úhlu *ATB*, kde *T* je těžiště trojúhelníku *ABC*

$[140°43']$

11. Bodem $A[-1;3]$ veďte přímku *p* tak, aby odchylka přímky *p* a *o*: *y* = *x* byla α = 60º. Vypočítejte souřadnice průsečíku přímek *p*, *o*.

$\left[M_{1,2}\left[1 \pm \frac{2}{3}\sqrt{3}; 1 \pm \frac{2}{3}\sqrt{3}\right]\right]$

12. Jsou dány přímky $p: y = kx+2, q: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x-1$. Určete směrnici $k \in R$ přímky *p* tak, aby odchylka přímek *p*, *q* byla α = 30º.

$\left[k \in \left\{0; \sqrt{3}\right\}\right]$

13. Vypočítejte obvod trojúhelníku *ABC*, kde $A[-3;1], B[2;-4], C[3;3]$.

$\left[o = 10\sqrt{2} + 2\sqrt{10}\right]$

14. Na přímce *AB*, kde $A[-3;2], B[2;-3]$ určete bod *M* tak, aby platilo $|AM| = \frac{2}{3}|BM|$.

$[M_1[-1;0], M_2[-13;12]]$

15. Na přímce $p: x+3y-2=0$ určete bod *M* tak, aby jeho vzdálenost od přímky $q: 5x+12y-4=0$ byla 3.

$[M_1[35;-11], M_2[-43;15]]$

16. Určete rovnici přímky, která prochází bodem $A[-2;-6]$ a jejíž vzdálenost od počátku soustavy je $2\sqrt{2}$.

$[p_1: 7x+y+20=0; p_2: x-y-4=0]$

17. Najděte všechny body *M*, které mají od přímky $p: 3x-y=0$ vzdálenost $\frac{\sqrt{10}}{5}$ a od přímky $q: 2x+y-2=0$ vzdálenost $2\sqrt{5}$.

$\left[M_1\left[\frac{14}{5}; \frac{32}{5}\right], M_2\left[-\frac{6}{5}; -\frac{28}{5}\right]; M_3[-2;-4]; M_4[2;8]\right]$

18. Je dán trojúhelník *ABC*, $A[-3;4], B[-1;-2], C[3;6]$ vypočítejte:

Tento produkt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.
Tvorba digitálních učebních materiálů a jejich databáze - udržitelnost; www.goaml.cz, Mgr. Dušan Drexler

a) výšky v_a, v_b, v_c

$\left[v_a = 2\sqrt{5}, v_b = 2\sqrt{10}, v_c = 2\sqrt{10}\right]$

b) těžnice t_a, t_b, t_c

$\left[t_a = 2\sqrt{5}, t_b = 5\sqrt{2}, t_c = 5\sqrt{2}\right]$

c) délky středních příček

$\left[s_a = 2\sqrt{5}, s_b = \sqrt{10}, s_c = \sqrt{10}\right]$

d) obvod a obsah trojúhelníku *ABC*

$\left[o = 4\sqrt{10} + 4\sqrt{5}; S = 20\right]$

19. Najděte souřadnice vrcholů *B, C* rovnoramenného trojúhelníku *ABC* se základnou *AB*, víte-li, že vrchol *A* má souřadnice $A[3;-2]$. Vrchol *C* leží na ose *x*, a dále víte, že osa úhlu γ má rovnici $2x + y + 6 = 0$.

$[B[-5;-6], C[-3;0]]$

20. Vrchol *C* trojúhelníku *ABC* leží na přímce $x - 2y + 8 = 0$. Určete jeho souřadnice, znáte-li vrcholy $A[2;-1], B[4;8]$ a víte-li. Že obsah trojúhelníku je 10.

$[C_1[6;7], C_2[1;\frac{9}{2}]]$

21. Přímka $3x + y - 10 = 0$ je osou základny rovnoramenného lichoběžníku *ABCD*, $B[4;8], C[6;12]$. Vypočítejte souřadnice vrcholů *A, D*.

$[A[-2;6], D[-6;8]]$

22. Vypočítejte souřadnice vrcholů čtverce *ABCD*, znáte-li délku stran $|AB| = 2\sqrt{10}$ a rovnice přímek $p: x - 2y + 1 = 0, q: 2x + y - 3 = 0$, na kterých leží úhlopříčky *AC, BD*.

$[A[5;3], B[3;-3], C[-3;-1], D[-1;5]]$

23. Určete souřadnice vrcholů obdélníku *ABCD*, znáte-li body $A[1;7], S[-4;6]$, kde *S* je střed obdélníku, a víte-li, že vrchol *D* leží na přímce $5x - y = 0$.

$[B[-9;7], C[-9;5], D[1;5]]$

24. Určete souřadnice vrcholů obdélníku *ABCD*, znáte-li body $A[-4;6], B[0;8]$ a víte-li, že pro strany obdélníku platí $|AB| = 2|BC|$.

$[B_1[0;6], C_1[-4;8], B_2[-\frac{8}{5};\frac{46}{5}], C_2[-\frac{12}{5};\frac{24}{5}]]$

25. Jsou dány přímky $p_1: 2x - y + 3 = 0, p_2: 2x - y - 3 = 0.$ Vyšetřete množinu všech bodů v rovině, pro které platí $|Xp_1| = 2|Xp_2|$.

$[p: 2x - y - 1 = 0]$

26. Vyšetřete množinu těžišť *T* všech trojúhelníků *ABC*, kde $A[-1;-2], B[3;0]$ a bod *C* je libovolný bod přímky $y = 6$.

$[p: 3y - 4 = 0, A[\frac{17}{3};\frac{4}{3}] \notin p]$

Tento produkt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.
Tvorba digitálních učebních materiálů a jejich databáze - udržitelnost; www.goaml.cz, Mgr. Dušan Drexler

Tento produkt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.
Tvorba digitálních učebních materiálů a jejich databáze - udržitelnost; www.goaml.cz, Mgr. Dušan Drexler